Área de Investigación de Comunicaciones

Modelado de los Sistemas de Comunicaciones.

Electrónica para Sistemas de Comunicaciones.

Dr. Genaro Hernández Valdez

PROYECTOS DE INVESTIGACIÓN

- Modelado y análisis del desempeño de redes de radio cognoscitivo. Responsable: Dr. Genaro Hernández Valdez.
- Análisis y evaluación del desempeño de sistemas de radio cognoscitivo coordinados con servicios heterogéneos. Responsable: Dra. Sandra L. Castellanos López.
- Mitigación de los efectos causados por la interferencia en sistemas digitales de comunicaciones vía satélite. Responsable: Ing. Edgar A. Andrade González.
- Análisis del desempeño de antenas de circuito impreso para sistemas de comunicaciones móviles terrestres. Responsable: M. en C. Mario Reyes Ayala.

ESTRUCTURA DE LA PRESENTACIÓN

- Objetivos del proyecto
- Herramienta de análisis
- Teoría de colas: Conceptos básicos
- Modelo heurístico de un sistema de llamada pérdida
- Evaluación numérica
- Simulación por computadora
- Ejemplo de un sistema de radio congnoscitivo complejo

MODELADO Y ANÁLISIS DEL DESEMPEÑO DE REDES DE RADIO COGNOSCITIVO.

OBJETIVOS DEL PROYECTO

- Desarrollar modelos matemáticos y/o de simulación por computadora que permitan visualizar y estudiar los factores que influyen en el desempeño de los sistemas móviles de comunicaciones de radio cognoscitivo.
- Proponer y desarrollar herramientas y metodologías de análisis para el diseño, planeación y optimización de los recursos de radiocomunicación en sistemas de comunicación de radio cognoscitivo.
- Contribuir a la formación de recursos humanos, al estado del arte y a la solución de problemas que se presentan en el diseño y planeación de sistemas móviles de comunicaciones.

ANÁLISIS Y EVALUACIÓN DEL DESEMPEÑO DE SISTEMAS DE RADIO COGNOSCITIVO COORDINADOS CON SERVICIOS HETEROGÉNEOS.

OBJETIVOS DEL PROYECTO

- Contribuir en el diseño, evaluación y dimensionamiento de sistemas basados en radio cognoscitivo coordinado con tráfico de VoIP y tráfico heterogéneo para tener sistemas de comunicaciones eficientes, confiables y de menor costo, para que sean accesibles a la gran mayoría de la población.

- Contribuir a la formación de recursos humanos, al estado del arte y a la solución de problemas que se presentan en el diseño y planeación de sistemas móviles de comunicaciones.

Herramienta de análisis.

- Probabilidad y procesos estocásticos.
- Teoría de colas.
- Simulación por computadora.

TEORÍA DE COLAS.

- **Trata sobre**: Análisis matemático de sistemas sujetos a demandas cuyas ocurrencias y tiempos de servicio pueden, en general ser especificados sólo probabilísticamente.

- **Ejemplos**: Sistema telefónico, estacionamiento, hospital, banco, sitio de taxis, redes de conmutación de paquetes, etc.

- **Características en común**: Los tiempos en los cuales las solicitudes de servicio ocurrirán y los intervalos de tiempos que estas solicitudes ocuparán los recursos de comunicaciones no pueden ser predichas excepto en un sentido estadístico.

- **Elementos que los componen**:
  - **Proceso de entrada**
  - **Mecanismo de servicio**
  - **Disciplina de la cola**

GRADO DE SATISFACCIÓN.

- Parámetro subjetivo, debe relacionarse con algún parámetro cuantitativo.

  - Probabilidad de bloqueo.
  - Probabilidad de tener que esperar.
  - Tiempo medio de espera en la cola.
  - Probabilidad de que el tiempo de espera rebase un cierto valor.

MODELO HEURÍSTICO BCC (SISTEMA DE LLAMADA PERDIDA).

1) Considere un sistema telefónico de ***s*** canales (servidores).

2) Suponga que los arribos que encuentran todos los canales ocupados no esperan e inmediatamente abandonan el sistema (**técnicamente, no existen colas**).

- Se desea derivar una fórmula que prediga la proporción de llamadas pérdidas en función de la demanda. Es decir se desea responder a la pregunta:
- ¿Que proporción de llamadas entrantes (clientes o usuarios) no encontrarán una troncal disponible (y serán pérdidas)?
- Para esto, usaremos el concepto de ***conservación de flujo***.

CONSIDERACIONES.

1) Sea λ la tasa de arribos de llamadas (número promedio de arribos por unidad de tiempo).
2) Suponga que τ es el tiempo de retención promedio (mean holding time = intervalo de tiempo que una llamada utiliza una troncal).

- Cuando el número de clientes en el sistema es j, se dice que el sistema está en el estado E_j (j=0, 1, ..., s) o simplemente estado j.

- Sea P_j la proporción del tiempo que el sistema está en el estado E_j. Por lo tanto, P_j es la proporción del tiempo que j troncales están ocupadas.

CONSERVACIÓN DE FLUJO.

1) La tasa a la cual ocurren transiciones hacia arriba $E_j \rightarrow E_{j+1}$ es:

$$\begin{cases} \lambda P_j ; \text{cuando } j = 0,\ 1,\ \ldots,\ s\text{-}1 \\ 0; \text{cuando } j = s \end{cases}$$

2) La tasa a la cual ocurren transiciones hacia abajo $E_{j+1} \rightarrow E_j$ es:

$$\frac{(j+1)}{\tau} P_{j+1};\ (j = 0, 1, \ldots, s - 1)$$

3) Conservación de flujo:

$$\lambda P_j = \frac{(j+1)}{\tau} P_{j+1}; (j = 0,\ 1,\ \ldots,\ s\text{-}1)$$

RESOLVIENDO POR RECURRENCIA.

1) Expresar cada P_j en términos de P_0.
2) Sustituir el valor de P_j en términos de P_0 en la ecuación de normalización.
3) Despejar P_0
4) Sustituir el valor de P_0 en cada P_j

$$P_j = \frac{(\lambda\tau)^j / j!}{\sum_{k=0}^{s} (\lambda\tau)^k / k!} = \frac{(a)^j / j!}{\sum_{k=0}^{s} (a)^k / k!}, \quad (j = 0, 1, \ldots, s).$$

La proporción del tiempo que el sistema está en el estado E_s es:

$$B(s,a) = E_{1,s}(a) = \frac{a^s / s!}{\sum_{k=0}^{s} a^k / k!}$$

ERLANG B FACTORIAL


```
double Erlang_B_factorial(int s,double a){//s: servidores, a: tráfico ofrecido
        long double B=0.0, num=0.0, suma=1.0;
        num=pow(a,(double)s)/factorial(s);
        for(int k=1;k<=s;k++) suma=suma+pow(a,(double)k)/factorial(k);
        B=num/suma;
  return (double) B;
}

double factorial(int x){//VALIDO PARA x < 144
  long double f=1.0;
  if(x==0) f=1.0;
  else{     for (long double j=1.0;j<=(long double)x; j=j+1.0) f=f*j;
  }
  return f;
}
```

EVALUACIÓN NUMÉRICA.

1) La fórmula de pérdidas de Erlang se puede evaluar de forma recursiva como sigue:

$$B(j,a)=\frac{aB(j-1,a)}{j+aB(j-1,a)},\ \text{con } B(0,a)=1 \text{ y } j=1,2,\ldots,s.$$

2) Definiendo:

$$IB=\frac{1}{B(j,a)}=\frac{j+aB(j-1,a)}{aB(j-1,a)}=\frac{j}{aB(j-1,a)}+1$$

3) El algoritmo para evaluar la fórmula de Erlang es:

función B(s, a)
    B=0.0;
    IB=1.0;
    for j=1 to s
        IB=1+(j/a)·IB
    loop;
    return B=1/IB;
end

ERLANG B RECURSIVA

```
#include <iostream>  #include <stdio.h>  #include <conio.h>
#include <stdlib.h>     #include <math.h>

double Erlang_B_recursiva(int s,double a){//s: servidores, a: tráfico ofrecido
   double IB=1.0;
    for (int j=1;j<=s;j++)   IB=1.0+j*IB/a;
    return (1.0/IB);
}

int main(){
int s=10; double a=5.0;
   std::cout<<"\nErlang B recursiva Pb= "<<Erlang_B_recursiva(s,a)*100.0<<" %"<<std::endl;
   std::cout<<"\nErlang B factorial Pb= "<<Erlang_B_factorial(s,a)*100.0<<" %"<<std::endl;
system("pause");
return 0;
}
```

Simulación

- Consiste en imitar la operación en el tiempo de un proceso o sistema para realizar inferencias concernientes al desempeño y comportamiento de un sistema real.
- Para esto es necesario construir un modelo de simulación, el cual se usa como herramienta de análisis y diseño el sistema bajo estudio.
- Sistema y entorno o ambiente del sistema.

Simuladores discretos y continuos

- Discretos: las variables de estado cambian solamente en un conjunto discreto de puntos en el tiempo. Ejemplo: Sucursal Bancaria.

- Continuo: las variables de estado cambian continuamente en el tiempo. Ejemplo: Nivel de agua en una presa.

Componentes de un Simulador

- Entidad: objeto de interés.
- Atributo: propiedad de una entidad.
- Estado del sistema: colección de variables necesarias para describir el sistema en cualquier instante de tiempo.
- Evento: ocurrencia instantánea que tal vez cambie el estado del sistema.
- Actividad: tarea realizada en un periodo de tiempo de longitud especifica activada por un evento.

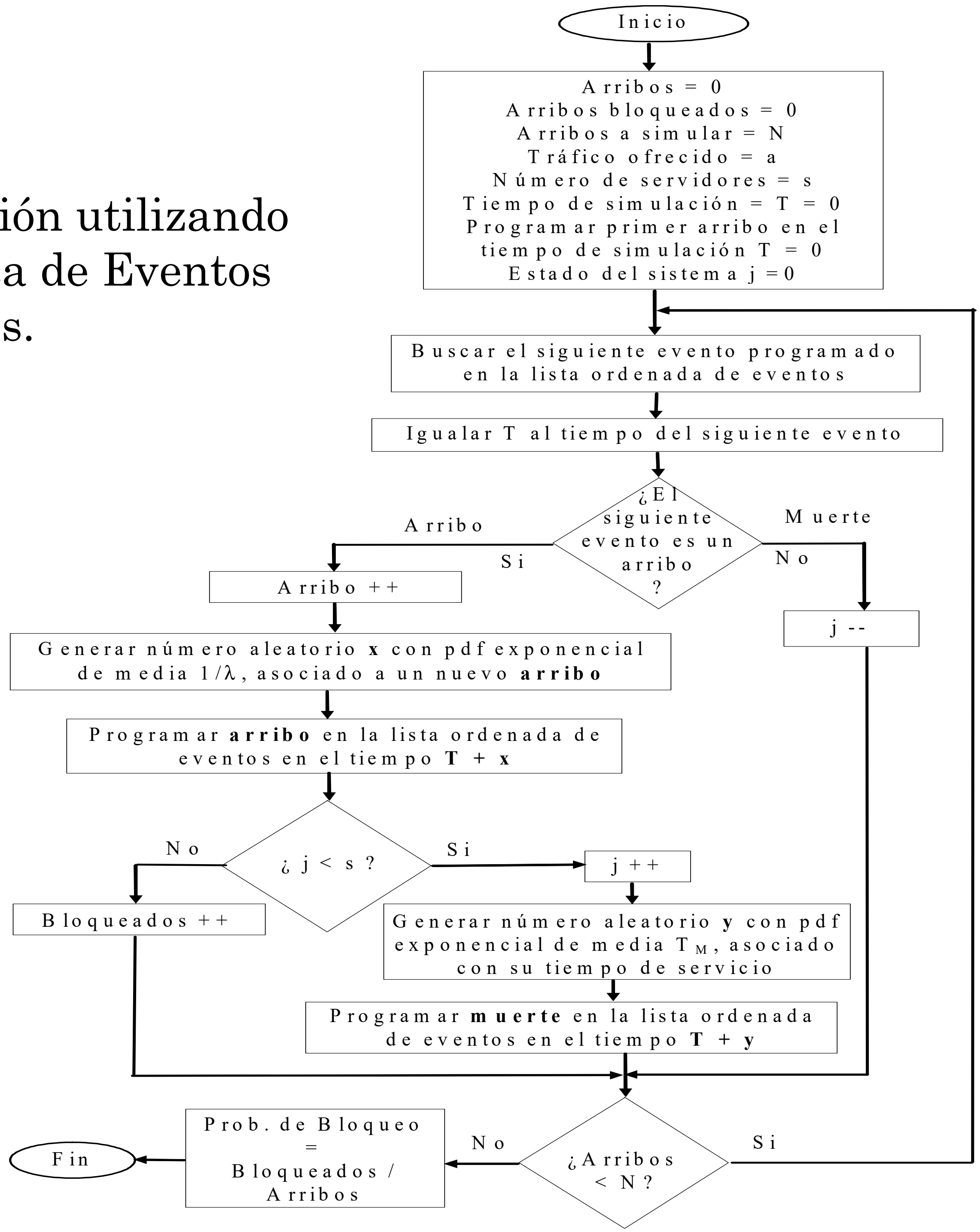
  Endógeno: actividad o evento que ocurren dentro del sistema.

  Exógeno: actividad o evento en el ambiente que afecta al sistema.

Sistema BCC

- Entidad: usuarios y servidores.
- Atributo: realiza llamadas de voz, atiende sólo a un usuario en forma simultánea.
- Estado del sistema: número de servidores ocupados.
- Evento: arribo, abandono.
- Actividad: usuario siendo atendido.

Simulación utilizando la técnica de Eventos Discretos.



Programación del simulador BCC

```
int main(){
unsigned long arribos=0, bloqueados=0, N=1000000, j=0; //N=arribos a simular, j=estado del sistema
double mu=1/180.0;  int s=10; double a=5;                         // double lambda=a*mu;

Tsim=0.0;
programa_evento(arribo, Tsim); //Programa primer arribo en Tsim=0.0
while(arribos < N){
        if(evento_actual()==arribo){
                arribos++;   programa_evento(arribo, Tsim + expneg(1.0/(a*mu)));
                if(j<s) { j++; programa_evento(muerte, Tsim + expneg(1.0/mu)); }
                else bloqueados++;
        }
        else  j--;  //El evento actual resultó ser un abandono
}//end while

double Pb=(float)bloqueados/arribos;   //Congestión en llamada (simulador)
double Eb=Erlang_B(s,a);           //Congestión en tiempo analitico (Erlang B)
std::cout<<"\nCongestion en llamada (simulador), Pb    = "<<Pb*100.0<<" %"<<std::endl;
std::cout<<"\nCongestion en tiempo  (analitico), B(s,a)= "<<100.0*Eb<<" %"<<std::endl;
system("pause"); return 0;
}
```

PROGRAMACIÓN DEL SIMULADOR BCC

```
//DEFINICIÓN DE VARIABLES GLOBALES:
enum EvtTyp {arribo, muerte};
struct Evt {
        enum EvtTyp tipo;
        double t_evento;
        struct Evt *sig;
        };
double Tsim=0.0;
Struct Evt *head=NULL;


//IDENTIFICA EVENTO INMINENTE Y LIBERA MEMORIA DE LA LEF:
enum EvtTyp evento_actual()  {
        struct Evt *p=head;
        enum EvtTyp evt_inminente=head->tipo;
        Tsim=head->t_evento;
        head=head->sig;
        free(p);
        return evt_inminente;
}
```

PROGRAMACIÓN DEL SIMULADOR BCC

```
//PROGRAMA UN NUEVO EVENTO EN LA LEF:
void programa_evento(enum EvtTyp type, double epoch){
  struct Evt *p;
  bool insertado=0;
  struct Evt *newevt=(struct Evt *) malloc(sizeof(struct Evt));
  newevt->tipo=type;
  newevt->t_evento=epoch;
  newevt->sig=head;
  while (insertado==0){
      if(newevt->sig==NULL || (newevt->t_evento < (newevt->sig)->t_evento) ){
          if (newevt->sig==head) head=newevt;
          else p->sig=newevt;
          insertado=1;     //Evento insertado
      }
      else {
          p=newevt->sig;
          newevt->sig=(newevt->sig)->sig;
      }
  }//FIN DEL WHILE
  newevt=NULL;
}
```

Generación de Números Aleatorios

- Una secuencia de números aleatorios tiene dos propiedades importantes:

  Uniformidad e Independencia

- Cada número aleatorio es una muestra independiente obtenida de una distribución uniforme continua entre cero y uno.
- Encuentre su media y varianza.

Método lineal congruencial

- Genera una secuencia de enteros X_0, X_1, X_2,… entre cero y m-1 de acuerdo a la relación recursiva siguiente:

$$X_{i+1} = (aX_i + c) mod\, m, i = 0,1,2 \ldots$$

- Al valor inicial X_0 se le llama semilla, a se conoce como constante multiplicadora, c es el incremento y m es el modulo.
- Números aleatorios entre cero y uno:

$$R_i = X_i / m, i = 0,1,2 \ldots$$

Técnica de la transformada Inversa

1.- Calcule la cdf de la VA deseada.

2.- Iguale la cdf con *R*, donde *R* tiene una pdf uniforme en el intervalo (0, 1).

3.- De la ecuación anterior despeje *t*.

4.- Genere números aleatorios con distribución uniforme y calcule muestras de la variable aleatoria con la distribución deseada.

NUMEROS ALEATORIOS

```
double uniforme(){
   const unsigned long long a=16807, m=2147483647;
   static unsigned long long seed = 1;
   seed=(a*seed)%m;
   return (double)seed/(double)m;
}

double expneg(double media){
        return -media*log(uniforme());
}
```

Conceptos de Teletráfico

- Congestión en tiempo:

$$E = \sum_{j \geq s} P_j$$

- Congestión en llamada:

$$B = \frac{\sum_{j \geq s} P_j \lambda_j}{\sum_{\forall j} P_j \lambda_j}$$

CONCEPTOS DE TELETRÁFICO

- Tráfico ofrecido:

$$a = \tau \sum_{\forall j} P_j \lambda_j$$

- Tráfico cursado:

$$a_c = \tau \sum_{j=1}^{s} j P_j + s\tau \sum_{j>s} P_j$$

- Tráfico pérdido:

$$a_p = a - a_c$$

EJERCICIOS

- Un sistema macro-celular de muy baja movilidad utiliza asignación fija de canales. A cada celda se le asignan 40 canales de voz. Determine el tráfico que se le puede ofrecer a cada celda del sistema de tal forma que se logre una probabilidad de bloqueo a lo más del 2%.

- Utilice el método heurístico basado en la conservación de flujo para determinar la congestión en tiempo (fórmula C de Erlang) de un sistema con *s* servidores y cola infinita. Los usuarios que entran al sistema esperan hasta ser atendidos. ¿Qué restricción se deberá establecer en relación al valor del tráfico ofrecido para que este resultado sea correcto? Dé una interpretación física de esta restricción.

Ejercicios

- Considere el sistema conocido como ***sistema con retardo y pérdida***, el cual consiste de s servidores y cola finita de n posiciones. Si un arribo encuentra todos los servidores ocupados y al menos un lugar disponible en la cola, espera tanto como sea necesario para ser atendido. Si el usuario encuentra todos los servidores y todos los lugares de la cola ocupados entonces abandona el sistema. Si el usuario encuentra un servidor libre, lo ocupa inmediatamente.

- (a) Utilice el método de conservación de flujo para determinar la congestión en tiempo de este sistema.
- (b) Use este resultado para obtener la fórmula B y la formula C de Erlang.
- (c) ¿Qué restricciones (si las hay) se deberán establecer en relación a la magnitud del tráfico ofrecido cuando $n<\infty$? y cuando $n=\infty$?

EJERCICIOS

- Considere un modelo de colas con dos servidores y cola finita de 1 posición, tasa de arribos λ y tiempo de servicio τ. Si un arribo encuentra ambos servidores ocupados y el lugar de la cola disponible, con probabilidad p espera tanto como sea necesario para ser atendido, y con probabilidad 1-p abandona inmediatamente el sistema. (Como es usual, si el usuario encuentra ambos servidores y el lugar de espera ocupados, entonces abandona el sistema; si encuentra un servidor libre, lo ocupa inmediatamente).
- (a) Determine las probabilidades P_j (j=0, 1, 2, 3) de que j abonados estén presentes simultáneamente en el sistema. Determine también la congestión en tiempo (P_E). Suponga que λ=2 abonados por hora, τ=1 hora y p=1/2. Evalúe P_0, P_1, P_2, P_3 y P_E.
- (b) Suponga que el operador del sistema recibe \$2.00 pesos por cada abonado que es atendido sin tener que esperar y \$1.00 peso por cada abonado que es atendido después de tener que esperar. ¿Cuántos pesos por hora recibirá el operador del sistema?
- (c) Si el operador paga una renta de \$0.50 pesos por hora por servidor (independientemente si el servidor está ocupado o libre), y cada servidor cuando está ocupado consume gasolina con una tasa de \$0.25 pesos por hora, ¿cuál es el costo de operación total del sistema en pesos por hora? ¿Cuál es la ganancia del operador en pesos por hora?

EJERCICIOS

- Derivar la expresión matemática de la probabilidad de terminación forzada de llamadas en un sistema celular homogéneo en el que los tiempos de servicio y de residencia de los usuarios en las celdas son cantidades aleatorias que siguen una distribución de probabilidad exponencial negativa. Sin embargo, considere que la media de los tiempos de residencia en las celdas de los usuarios con llamadas nuevas y con llamadas transferidas es diferente. Además, considere que las llamadas sólo pueden ser forzadas a terminar por la falta de recursos en la celda destino al momento de intentar realizar la transferencia de llamada y que todas las peticiones de servicio siguen una política de llamada bloqueada pérdida (BCC). Finalmente, suponga que los diferentes tipos de solicitudes de llamadas siguen procesos de Poisson independientes y que tienen acceso a todos los recursos de las celdas.