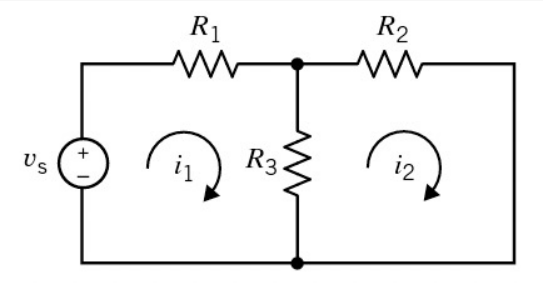
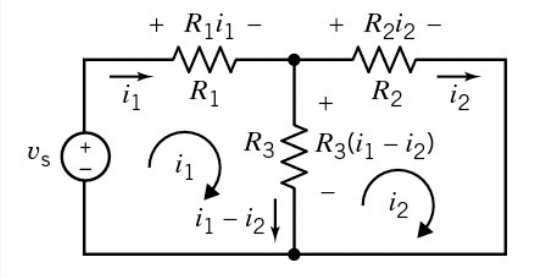
Análisis de Mallas

Introducción



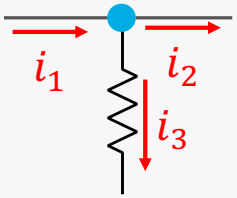
Las variables a determinar son las corrientes de malla

LVK + Ley de Ohm



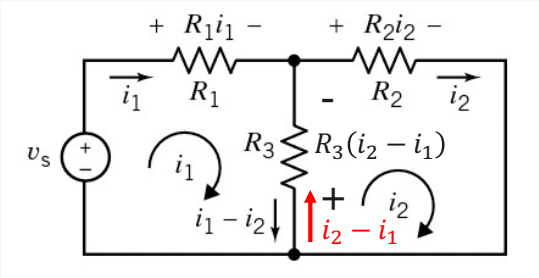
$$-V_s + V_{R1} + V_{R3} = 0$$

$$-V_{R3} + V_{R2} = 0$$



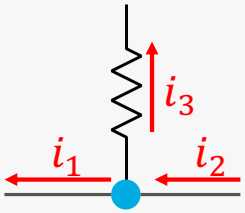
$$-i_1 + i_2 + i_3 = 0$$

$$i_3 = i_1 - i_2$$



$$-V_s + V_{R1} + V_{R3} = 0$$

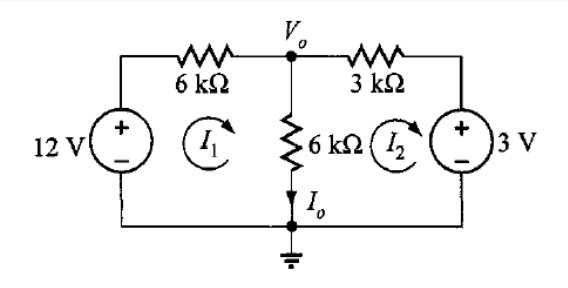
$$+V_{R3} + V_{R2} = 0$$



$$-i_2 + i_1 + i_3 = 0$$

$$i_3 = i_2 - i_1$$

Caso 1.- Circuitos que contienen sólo fuentes de voltaje independientes.



Aplicando LVK:

① $-12 + V_{R6k} + V_{R6k} = 0$

Aplicando ley de Ohm:

$$6ki_1 + 6k(i_1 - i_2) = 12$$

$$(6k + 6k)i_1 - 6ki_2 = 12....(1)$$

② $V_{R6k} + V_{R3k} + 3 = 0$

Aplicando ley de Ohm:

$$6k(i_2 - i_1) + 3ki_2 = -3$$

$$-6ki_1 + (6k + 3k)i_2 = -3....(2)$$

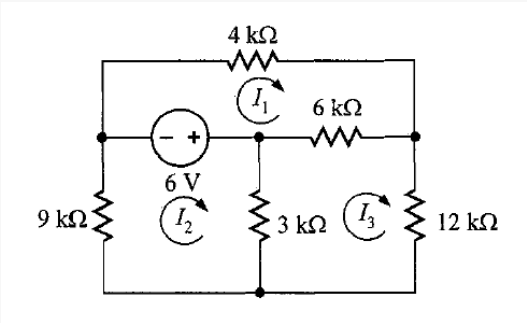
Por lo tanto el sistema es:

$$(6k + 6k)i_1 - 6ki_2 = 12$$
$$-6ki_1 + (6k + 3k)i_2 = -3$$

En forma matricial:

$$\begin{bmatrix} (6k + 6k) & -6k \\ -6k & (6k + 3k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ -3 \end{bmatrix}$$

Caso 1.- Circuitos que contienen sólo fuentes de voltaje independientes.



Aplicando LVK:

① $6 + V_{R4k} + V_{R6k} = 0$

Aplicando ley de Ohm:

$$4ki_1 + 6k(i_1 - i_3) = -6$$

$$10ki_1 - 0ki_2 - 6ki_3 = -6....(1)$$

② $-6 + V_{R3k} + V_{R9k} = 0$

Aplicando ley de Ohm:

$$3k(i_2 - i_3) + 9ki_2 = 6$$

$$-0ki_1 + 12ki_2 - 3ki_3 = 6....(2)$$

③ $V_{R6k} + V_{R12k} + V_{R3k} = 0$

Aplicando ley de Ohm:

$$6k(i_3 - i_1) + 12ki_3 + 3k(i_3 - i_2) = 0$$

$$-6ki_1 - 3ki_2 + 21ki_3 = 0....(3)$$

Por lo tanto el sistema es:

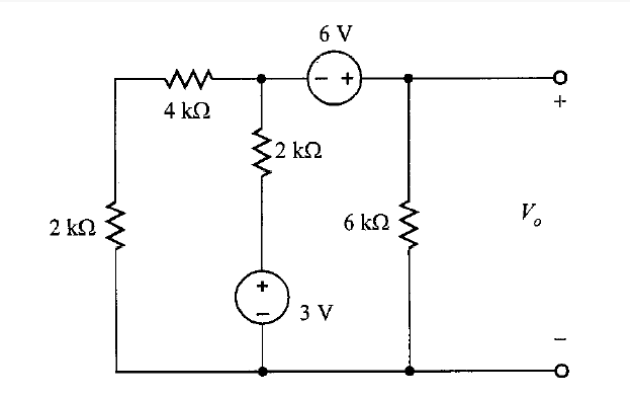
$$\begin{aligned} 10ki_1 - 0ki_2 - 6ki_3 &= -6 \\ -0ki_1 + 12ki_2 - 3ki_3 &= 6 \\ -6ki_1 - 3ki_2 + 21ki_3 &= 0 \end{aligned}$$

En forma matricial:

$$\begin{bmatrix} 10k & -0k & -6k \\ -0k & 12k & -3k \\ -6k & -3k & 21k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 \\ 6 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Ejemplo

Establesca el sistema de ecuaciones por inspección y calcule el valor de V_0



El sistema de ecuaciones es:

$$8ki_1 - 2ki_2 = -3$$
$$-2ki_1 + 8ki_2 = 9$$

Resolviendo el sistema, tenemos que:

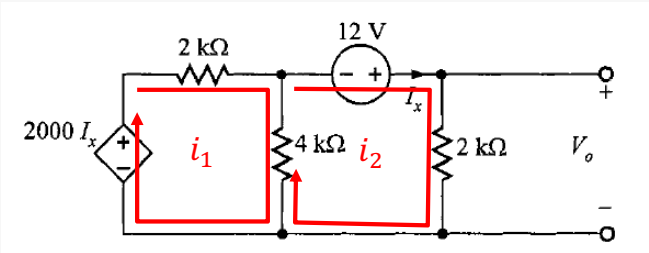
$$i_1 = -\frac{1}{10}mA$$
$$i_2 = \frac{66}{60}mA$$

Finalmente:

$$V_0 = 6ki_2$$

$$V_0 = (6k)\left(\frac{66}{60}mA\right) = \frac{33}{5}volts$$

Caso 2.- Circuitos que contienen fuentes dependientes.



① $-2kI_x + V_{R2k} + V_{R4k} = 0$

$-2kI_2 + 2ki_1 + 4k(i_1 - i_2) = 0$

$(2k + 4k)i_1 - (2k + 4k)i_2 = 0$

$6ki_1 - 6ki_2 = 0$....(1)

② $-12 + V_{R2k} + V_{R4k} = 0$

$2ki_2 + 4k(i_2 - i_1) = 12$

$-4ki_1 + 6ki_2 = 12$....(2)

Por lo tanto el sistema es:

$$6ki_1 - 6ki_2 = 0$$
$$-4ki_1 + 6ki_2 = 12$$

En forma matricial:

$$\begin{bmatrix} 6k & -6k \\ -4k & 6k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 12 \end{bmatrix}$$

Resolviendo el sistema, tenemos que:

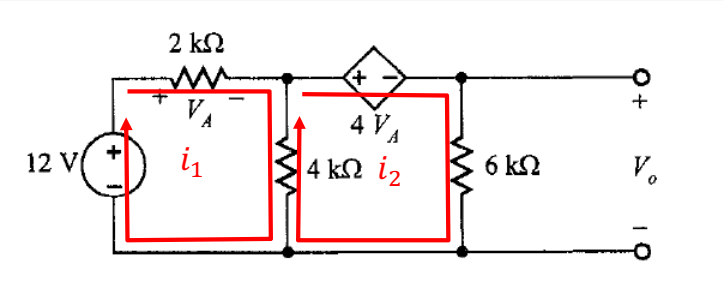
$$i_1 = 6\ mA$$
$$i_2 = 6\ mA$$

Finalmente:

$$V_0 = 2ki_2$$

$$V_0 = (2k)(6\ mA) = 12\ volts$$

Ejemplo



① $-12 + V_{R2k} + V_{R4k} = 0$

$2kI_1 + 4k(i_1 - i_2) = 12$

$6ki_1 - 4ki_2 = 12....(1)$

② $4V_A + V_{R6k} + V_{R4k} = 0$

$4(2ki_1) + 6ki_2 + 4k(i_2 - i_1) = 0$

$4ki_1 + 10ki_2 = 0....(2)$

Por lo tanto el sistema es:

$$6ki_1 - 4ki_2 = 12$$
$$4ki_1 + 10ki_2 = 0$$

En forma matricial:

$$\begin{bmatrix} 6k & -4k \\ 4k & 10k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Resolviendo el sistema, tenemos que:

$$i_1 = \frac{30}{19}\ mA$$
$$i_2 = -\frac{12}{19}\ mA$$

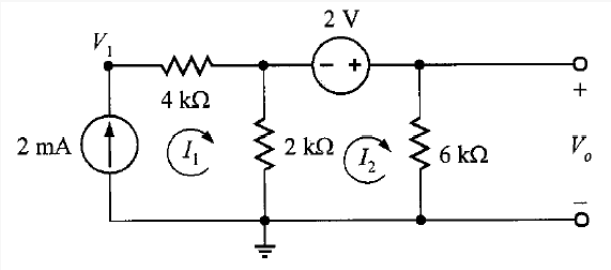
Finalmente:

$$V_0 = 6ki_2$$

$$V_0 = (6k)\left(-\frac{12}{19}mA\right)$$

$$V_0 = -\frac{72}{19}\ volt$$

Caso 3.- Circuitos que contienen fuentes de corriente independientes.



$i_1 = 2\ mA$

② $-2 + V_{R6k} + V_{R2k} = 0$

$6ki_2 + 2k(i_2 - i_1) = 2$

$-2ki_1 + 8ki_2 = 2....(2)$

Sustituyendo el valor de i_1 :

$-2k(2mA) + 8ki_2 = 2$

$-4 + 8ki_2 = 2$

$8ki_2 = 6$

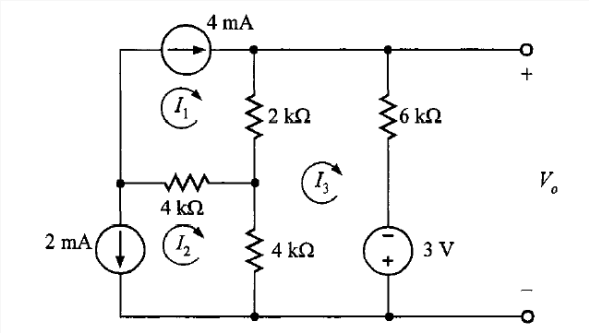
$i_2 = \frac{3}{4}\ mA$

Finalmente:

$V_0 = 6ki_2$

$V_0 = (6k)\left(\frac{3}{4}\ mA\right) = \frac{9}{2}\ volts$

Ejemplo



$i_1 = 4\ mA$

$i_2 = -2\ mA$

③ $-3 + V_{R4k} + V_{R2k} + V_{R6k} = 0$

$4k(i_3 - i_2) + 2k(i_3 - i_1) + 6ki_3 = 3$

$-2ki_1 - 4ki_2 + 12ki_3 = 3$....(3)

Sustituyendo el valor de i_1 e i_2 :

$-2k(4mA) - 4k(-2mA) + 12ki_3 = 3$

$-8 + 8 + 12ki_3 = 3$

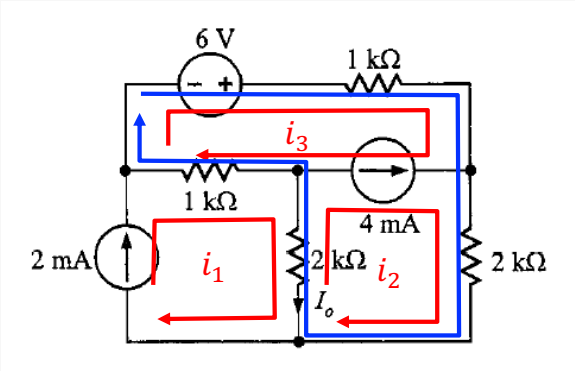
$$i_3 = \frac{1}{4}\ mA$$

Finalmente:

$V_0 = 6ki_3 - 3$

$$V_0 = (6k)\left(\frac{1}{4}\ mA\right) - 3 = -\frac{3}{2}\ volts$$

Problema



$i_1 = 2\ mA$

$i_2 = 4\ mA$

③ $-6 + V_{R1k} + V_{R2k} + V_{R2k} + V_{R1k} = 0$

$$1ki_3 + 2k(i_3 + i_2) + 2k(i_3 + i_2 - i_1) + 1k(i_3 - i_1) = 6$$

$$1ki_3 + 2ki_3 + 2ki_2 + 2ki_3 + 2ki_2 - 2ki_1 + 1ki_3 - 1ki_1 = 6$$

$$6ki_3 + 4ki_2 - 3ki_1 = 6 \ldots.(3)$$

Sustituyendo el valor de i_1 e i_2 :

$$6ki_3 + 4k(4mA) - 3k(2mA) = 6$$

$$6ki_3 + 16 - 6 = 6$$

$$6ki_3 + 10 = 6$$

$$i_3 = -\frac{2}{3}\ mA$$

Finalmente:

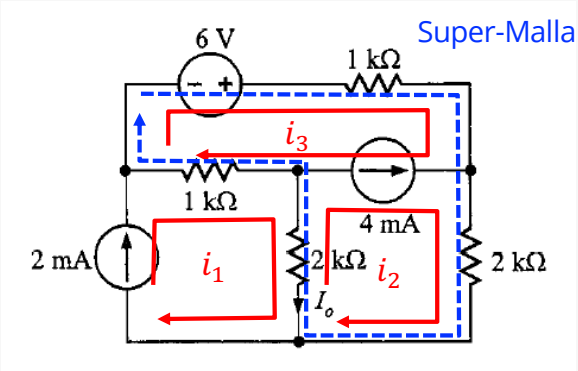
$$I_0 = i_1 - (i_2 + i_3)$$

$$I_0 = 2\ mA - \left(4\ mA - \frac{2}{3}\ mA\right)$$

$$I_0 = -\frac{4}{3}\ mA$$

Solución

Concepto de Super Malla



$i_1 = 2\ mA$

Análisis de la supermalla

$i_2 - i_3 = 4\ mA \ldots\ldots (1)$ Ecuación de restricción de la SM

Aplicando LVK en la S-M:

$$-6 + V_{R1k} + V_{R2k} + V_{R2k} + V_{R1k} = 0$$

$$1ki_3 + 2ki_2 + 2k(i_2 - i_1) + 1k(i_3 - i_1) = 6$$

$$1ki_3 + 2ki_2 + 2ki_2 - 2ki_1 + 1ki_3 - 1ki_1 = 6$$

$$2ki_3 + 4ki_2 - 3ki_1 = 6$$

Sustituyendo el valor de i_1:

$$2ki_3 + 4ki_2 - 3k(2mA) = 6$$

$$2ki_3 + 4ki_2 = 12 \ldots.(2)$$ Ecuación de la SM

Por lo tanto el sistema es:

$$i_2 - i_3 = 4\ mA$$
$$4ki_2 + 2ki_3 = 12$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones:

$$i_2 = \frac{10}{3}\ mA$$
$$i_3 = -\frac{2}{3}\ mA$$

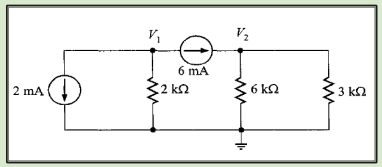
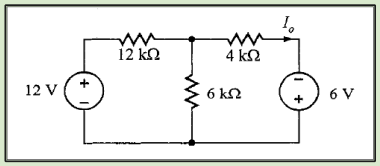
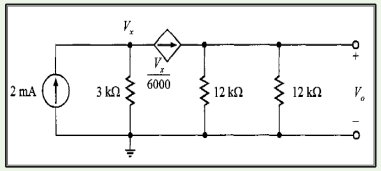
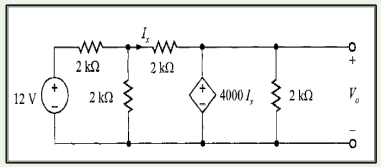
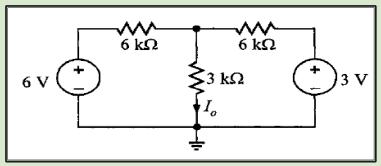
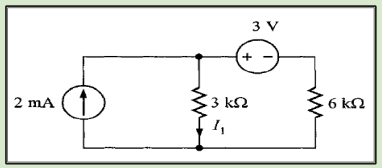
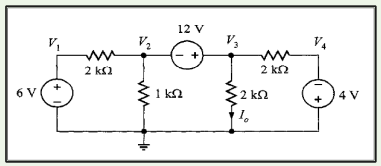
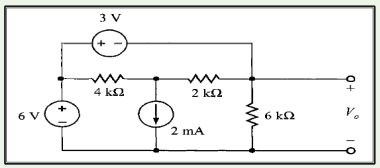
Finalmente:

$$I_0 = i_1 - i_2$$

$$I_0 = 2\ mA - \frac{10}{3}\ mA$$

$$I_0 = -\frac{4}{3}\ mA$$

Resumen

Análisis de Nodos (LCK + Ley de ohm)		Análisis de Mallas (LVK + Ley de ohm)	
	1.- Circuitos que sólo contienen fuentes de corriente independientes		1.- Circuitos que sólo contienen fuentes de voltaje independientes
	2.- Circuitos que contienen fuentes de corriente independientes y dependientes.		2.- Circuitos que contienen fuentes de voltaje independientes y dependientes.
	3.- Circuitos que contienen fuentes de voltaje independientes.		3.- Circuitos que contienen fuentes de corriente independientes.
	Concepto de Supernodo		Concepto de Supermalla